Lemas
LEISTUNG macht SCHULE

Lernumgebungen zur Potenzial- bzw. Begabten- und Begabungsförderung im Regelunterricht des Fachs Mathematik

Eindrücke aus dem Projekt „Leistung macht Schule“

ÖMG-Lehrer*innentag 2023
22.09.2023

Prof. Dr. Ralf Benölken
Bergische Universität Wuppertal

Zur Einführung: Die Aufgabe von Bhaskara

Welche durch 7 teilbare Zahl lässt beim Teilen durch 2, 3, 4, 5 und 6 den Rest 1?

Simons Lösung:

Nach ca. zehn Sekunden rief er strahlend: *„721“*

Man fragte ihn: *„Wie hast du so schnell die Lösungszahl ermittelt?“*

Simon: *„Ich kann es nicht erklären. Die Zahl war auf einmal da!“*

21 ist ein Vielfaches von 7 => 21 lässt beim Teilen durch 2, 4 und 5 den Rest 1 => 21 erfüllt also teilweise die geforderten Zahleigenschaften. => 21 + 70 = 91 => 91 erfüllt die Aufgabenbedingungen noch besser als 21. 91 lässt aber beim Teilen durch 4 nicht den Rest 1 => 21 + 700 = 721

Mathematische Sensibilität

Das erwartet Sie heute …

1. LemaS – Grundlegende Einordnungen

2. Beispiele für Förderformate

    2.1 Zugänge zur Individualisierung und Potenzialorientierung
    2.2 Offene, substanzielle Problemfelder
    2.3 Blütenaufgaben
    2.4 Weitere Anregungen

3. Zusammenschau und Ausblick

LemaS – „Leistung macht Schule“

- Gemeinsame Initiative von Bund und Ländern.
- Bundesweit 17 Universitäten und 300 Schulen.
- Grundintention: Gemeinsame Entwicklungsforschung von Wissenschaftler*innen und Lehrkräften, um (1.) Schulkultur zu verändern und (2.) bewährte fachspezifische Formate hierfür bereitzustellen.

(Bildquelle [Ausschnitt]: www.lemas-forschung.de)

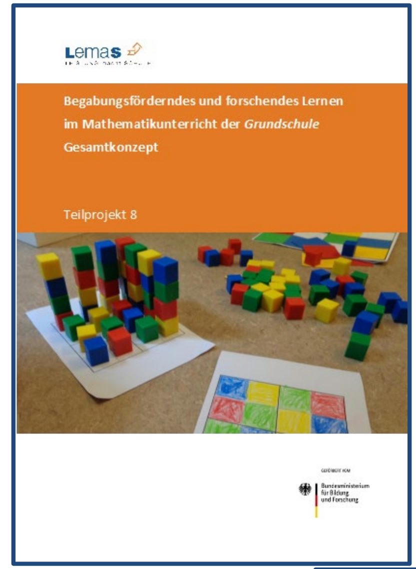
„Der Forschungsverbund LemaS zielt mit seinem Verbundprojekt auf eine Haltungsänderung der Akteure und auf die theorie- und evidenzbasierte Optimierung begabungs- und leistungsfördernder Schul- und Unterrichtsgestaltung durch die wissenschaftliche Beratung, Unterstützung und formative Evaluation der Arbeit an den Schulen in den beiden Kernmodulen ‚Entwicklung eines schulischen Leitbilds mit Ausrichtung auf eine leistungsfördernde Schulentwicklung und Aufbau einer kooperativen Netzwerkstruktur‘ (Kernmodul 1) sowie ‚Fordern und Fördern im Regelunterricht‘ (Kernmodul 2).“

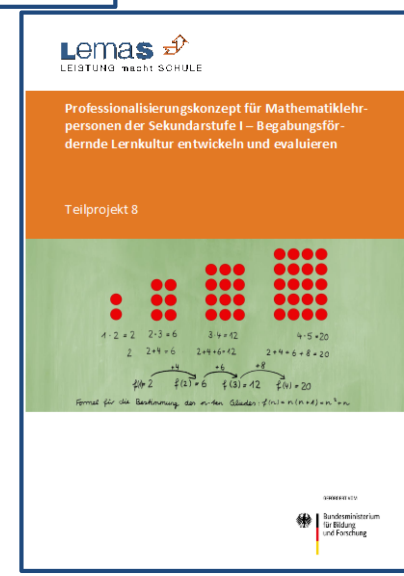
[www.lemas-forschung.de]

Produkte (Handreichungen)

✓ Fachbezogene Unterrichtsentwicklung
✓ Fortbildungskonzept

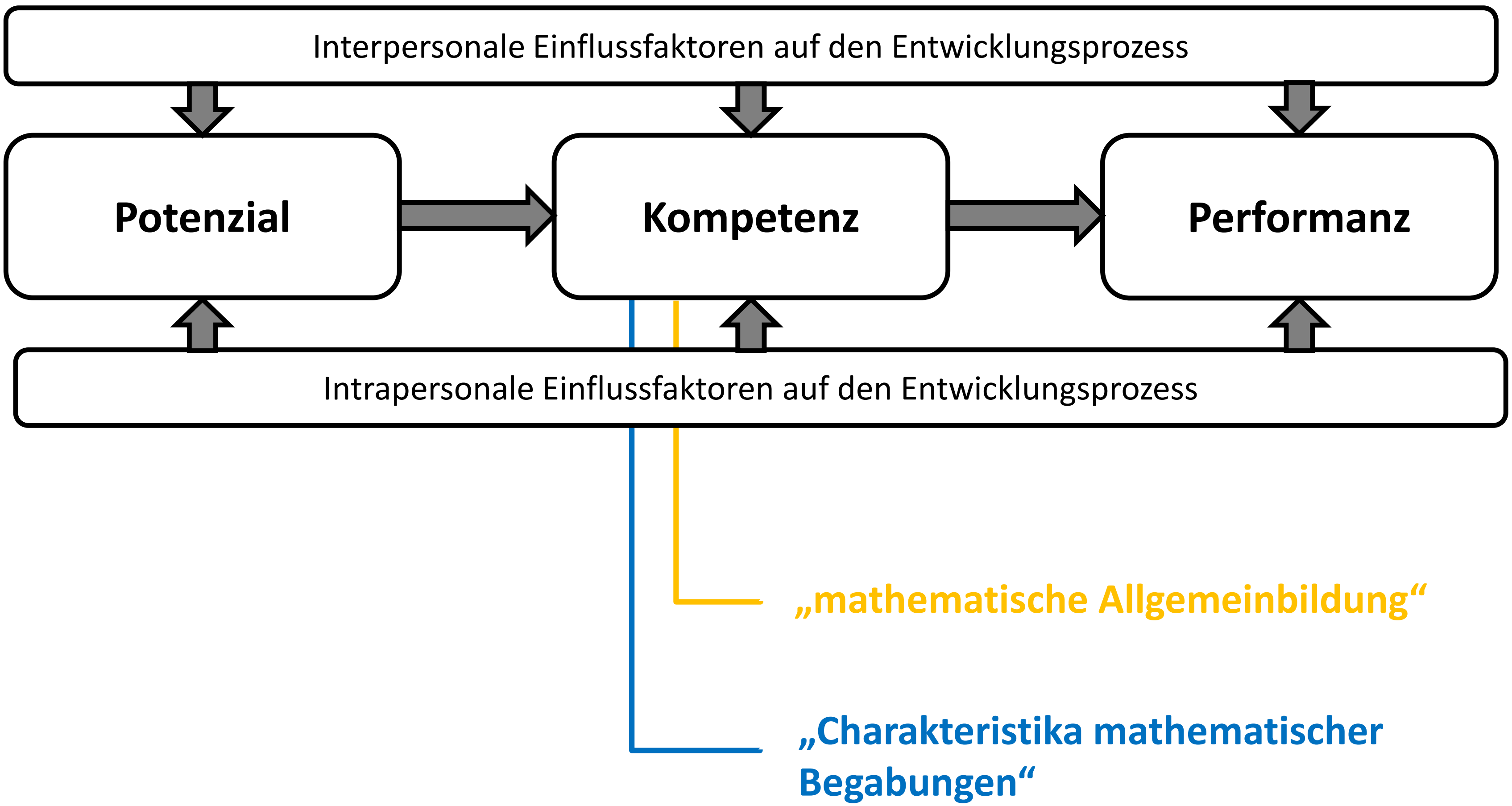
1. Begabungsförderndes und forschendes Lernen im Mathematikunterricht 1-4 // 5-10
2. Prozessbezogenes Erkennen 1-4 // 5-10
3. Potenzialfördernde Lernumgebungen 1-4 // 5-10
4. Erkennen und Fördern von Problemlösekompetenzen 3-4 // 5-10
5. Adaptive Förderkonzepte
6. Professionalisierungskonzept: Begabungsfördernde Lernkultur 3-4 // 5-10





LEMAS LEISTUNG macht SCHULE

Begabten- und Begabungs- bzw. Potenzialförderung



Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich

(Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022)*

* https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf (S. 6)

Das Modell der Begabungsentwicklung im Grundschulalter (Fuchs & Käpnick, 2009)

Geburt — 6 Jahre — 10 Jahre

fördernde / hemmende und typprägende intrapersonale Katalysatoren
(allgemeine physische, psychische, kognitive und persönlichkeitsprägende Grundkompetenzen)

geburtlich bestimmt

- Körperliche Konstitution
- Gehirnstruktur
- Charakterzüge
- Zahlensinn
- Räumliche Wahrnehmungs- und Orientierungskompetenzen
- Sprachliche und allgemeine kognitive Potentiale
- …

Entwicklung des Zahlbegriffs, von rechnerischen und geometrischen Kompetenzen

Kompetenz (Begabungspotential)

mathematikspezifische Begabungsmerkmale

- Speichern mathematischer Sachverhalte im Kurzzeitgedächtnis unter Nutzung erkannter Strukturen
- Strukturieren mathematischer Sachverhalte
- Mathematische Sensibilität und Fantasie
- Selbstständiger Transfer erkannter Strukturen
- Selbstständiges Wechseln der Repräsentationsebenen
- Selbstständiges Umkehren von Gedankengängen

Begabungsstützende Persönlichkeitseigenschaften

jeweils auf mathematische Aktivität bezogene

- Hohe geistige Aktivität
- Intellektuelle Neugier
- Anstrengungsbereitschaft
- Freude am Problemlösen
- Konzentrationsfähigkeit
- Beharrlichkeit
- Selbstständigkeit
- Kooperationsfähigkeit

Performanz

Weit über dem Durchschnitt liegende mathematische Leistungsfähigkeit

(diagnostiziert durch spezielle Indikatoraufgaben sowie durch komplexe prozessbegleitende Fallstudien …)

fördernde / hemmende und typprägende interpersonale bzw. Umweltkatalysatoren
(bedeutsame Personen, physikalische Umwelt, Interventionen (Kindergarten, Schule,…), besondere Ereignisse, Zufälle,…)

Das erwartet Sie heute …

1. LemaS – Grundlegende Einordnungen

2. Beispiele für Förderformate

    2.1 Zugänge zur Individualisierung und Potenzialorientierung
    2.2 Offene, substanzielle Problemfelder
    2.3 Blütenaufgaben
    2.4 Weitere Anregungen

3. Zusammenschau und Ausblick

2.1 Zugänge zur Individualisierung und Potenzialorientierung

Begabtenförderung – Prototypen

Akzeleration ⟺ **Enrichment**

Akzeleration

- Inhalte des Regelunterrichts früher erarbeiten
- Frühe Einschulung
- Überspringen von Klassen
- D-Zug-Klassen
- Juniorstudien, z.B. vor dem Abi zur Uni
- …

Enrichment

- Inhalte des Regelunterrichts anreichern oder vertiefen
- Aufgabenzirkel
- Ressourcenzimmer
- Arbeitsgemeinschaften
- Wettbewerbe
- …

Gemeinsame Grundidee: Konfrontation mit Herausforderungen

Potenzialorientierung (im Fach Mathematik)

- Mathematische Interessen und Stärken bei jedem Individuum sehen, wecken und fördern – an diese Aspekte stets individuell anknüpfen (nicht an Defizite!).
- Anlässe schaffen zur Übernahme von z.B. Verantwortlichkeit und Nachhaltigkeit beim Mathematiklernen.
- Basis für mathematische und soziale Teilhabe, individuell differenzierende Kompetenzentwicklungen und nachhaltiges Lernen in sozial-interaktiver Einbindung, …

Offene, substantielle Problemfelder

Blütenaufgaben

…

Drehtürmodelle, Math. Lektüre, Entdeckertage, Exkursionen, …

Individualisierung – Grundsätze zur Gestaltung von Lernumgebungen

- ‚Offenheit' bedeutet, dass eine Aufgabe z.B. nicht nur einfach nach ‚richtig und falsch' bewertbar ist, dass sie nicht in kleinen Schritten auf ein bestimmtes Ergebnis führt, dass es mehrere Lösungen bzw. unterschiedliche Entdeckungen, verschiedene Lösungswege, … gibt.
- ‚Differenzieren' umfasst alle Maßnahmen, um individuellen Begabungen, Fähigkeiten, Neigungen, Interessen, … durch organisatorische und methodische Maßnahmen gerecht zu werden – Besondere Bedeutung kommt einer *natürlichen Differenzierung unter Nutzung der Fachsubstanz* selbst zu.
- ‚Adaptives Handeln' umfasst Planungskompetenz (Bereitstellung adaptiven Materials u.Ä.) und Handlungskompetenz (stets „passgenau" individuell in Diagnostik und Förderung agieren).

2.2 Offene, substanzielle Problemfelder

„Traue jemandem etwas zu und er wird sich bemühen, diesem Vertrauen zu entsprechen.“
[Don Bosco]

Anforderungen:

- Der Aufgabeninhalt sollte für alle Kinder motivierend sein und
- eine reichhaltige mathematische Substanz aufweisen, die eine große Offenheit hinsichtlich z.B. Lösungswegen, Hilfsmitteln, Ergebnisdarstellungen oder Anschlussproblemen gewährleistet,
- so dass *alle* Kinder die Chance haben, sich erfolgreich mit der Aufgabe auseinander zu setzen.

(siehe u.a. Benölken et al., 2018)

Unterrichtlicher Umsetzungsrahmen z.B. Forschungstage (Projekttage) oder Forschungsstunden (im Regelunterricht des Fachs Mathematik).

„Zoobesuch“ als Beispiel für ein OSP

(Benölken et al., 2023a)

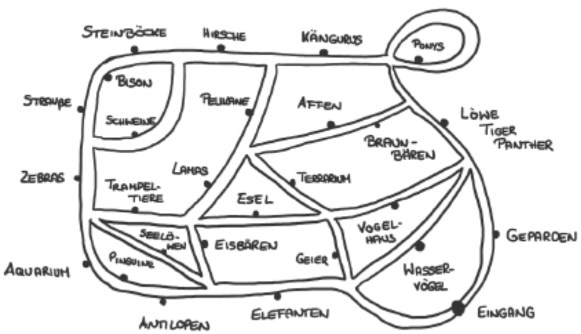
Kopiervorlage 1 Name: ______________

Zoobesuch

Du besuchst mit deiner Familie den Wuppertaler Zoo. Der Zoo liegt am Berg. Ein Spaziergang kann deshalb ganz schön anstrengend sein. Daher planst du vorher eure Route. Du möchtest jeden Weg entlang gehen, um alle Tiere zu sehen, aber du möchtest möglichst wenige Wege doppelt oder mehrfach gehen.

Forschungsauftrag 1

Dies ist ein Lageplan, der den Zoo von oben zeigt. Die Punkte geben den Eingang in ein Gehege oder eine Plattform, von der aus man in ein Gehege sehen kann, an.



Du startest am Eingang. Welchen Weg schlägst du vor? Beschreibe, wie du vorgegangen bist, und begründe deine Überlegungen.

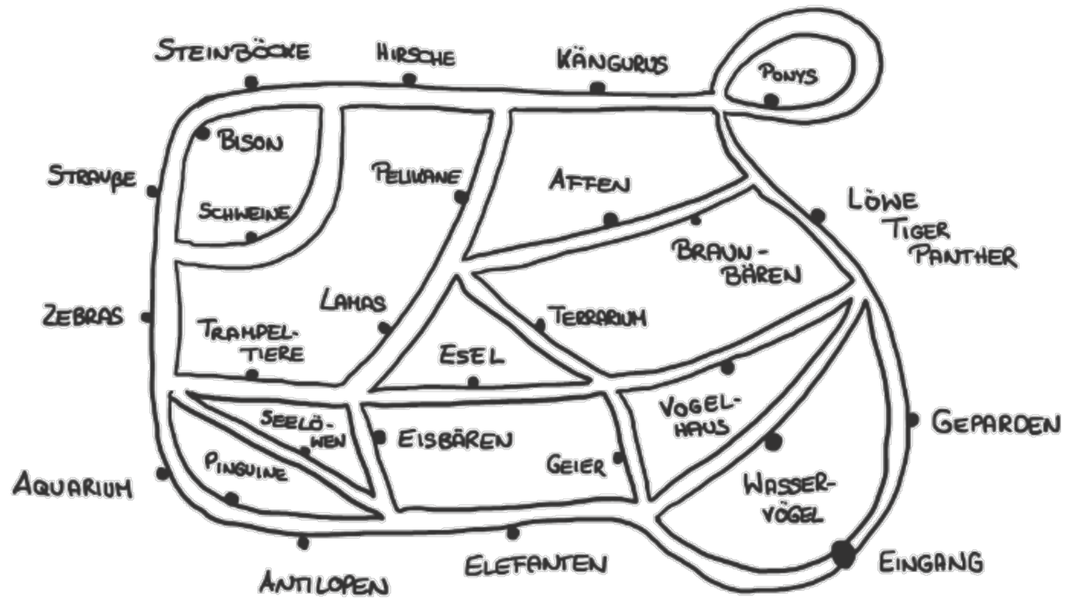
Meine Überlegungen und Begründungen:

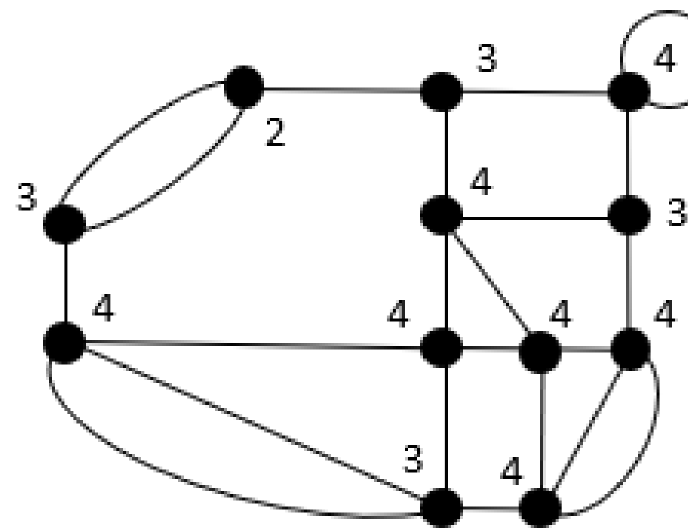
____

____

____

____

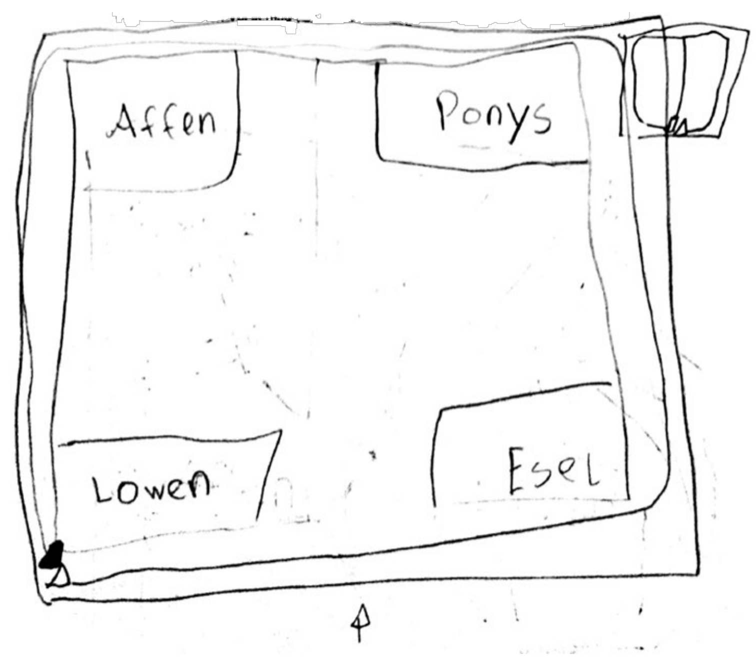




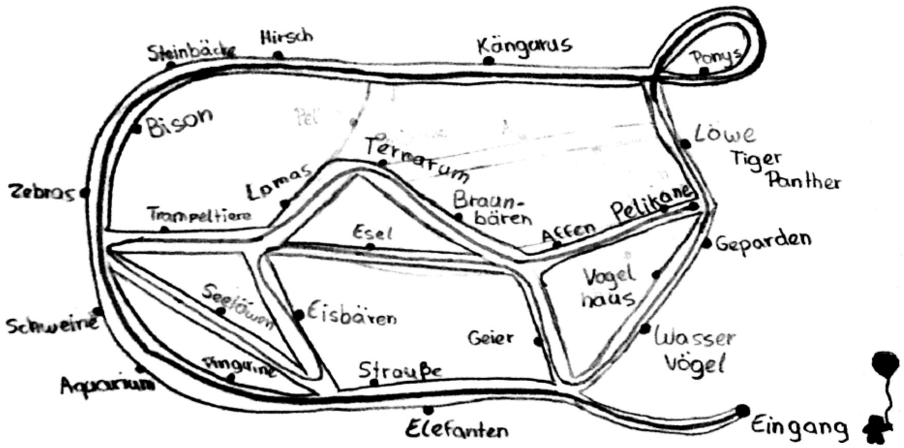
Die Fallbeispiele dokumentieren, „auf welch unterschiedliche Weise sich Kinder dem Forschungsauftrag nähern und wie die Verschiedenheit von Vorgehensweisen, Begründungen u. Ä. durch entsprechende Vergleiche und Diskussionen zu einer Ressource für alle Lernenden werden [kann]. Insofern deutet sich an, dass sich die Grundidee der Adaption eines Formats der Begabten- zur Begabungsförderung für offene, substanzielle Problemfelder zu bewähren scheint.“

(Auhagen & Benölken, 2022, S. 273)

Typ I – Darias Lösung

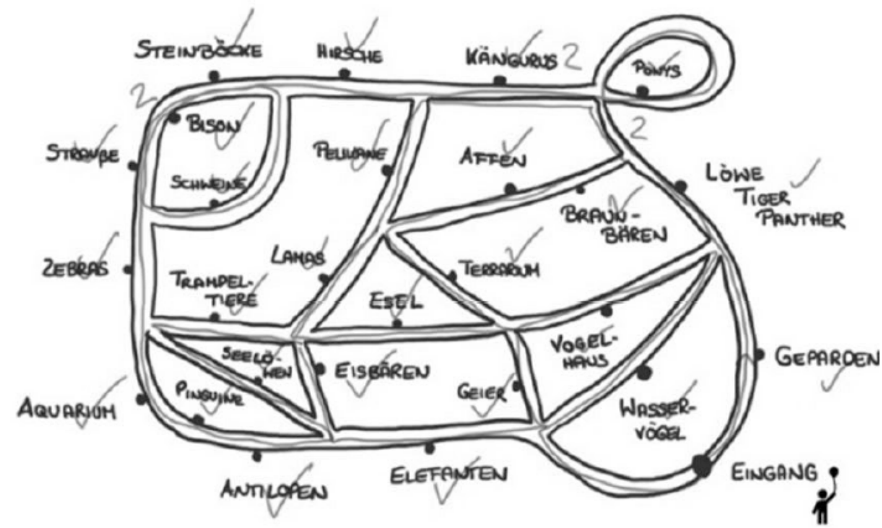


Typ II – Neles Lösung



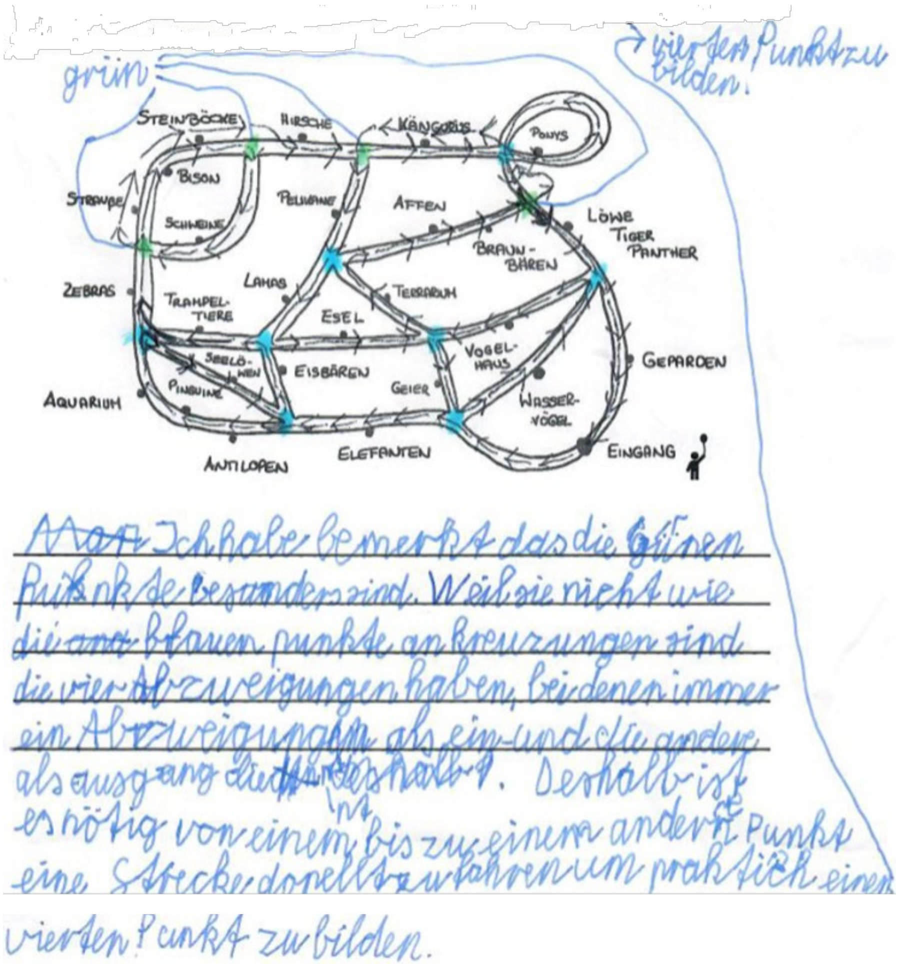
Ich habe zwei Wege weggelassen.
Und die Tiere verteilt.

Typ II – Friedas Lösung

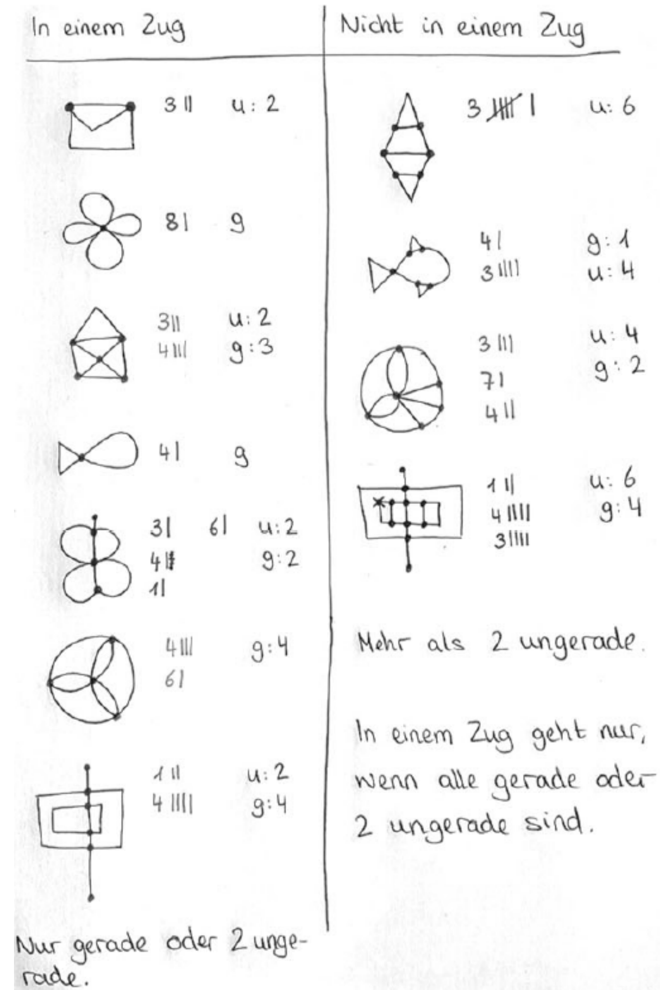


„Damit ich jetzt einen Weg bekomme, der nirgendwo doppelt lang läuft, ergänze ich an den doppelten Wegen einen Weg, der daneben hergeht.“

Typ III – Jans Lösung

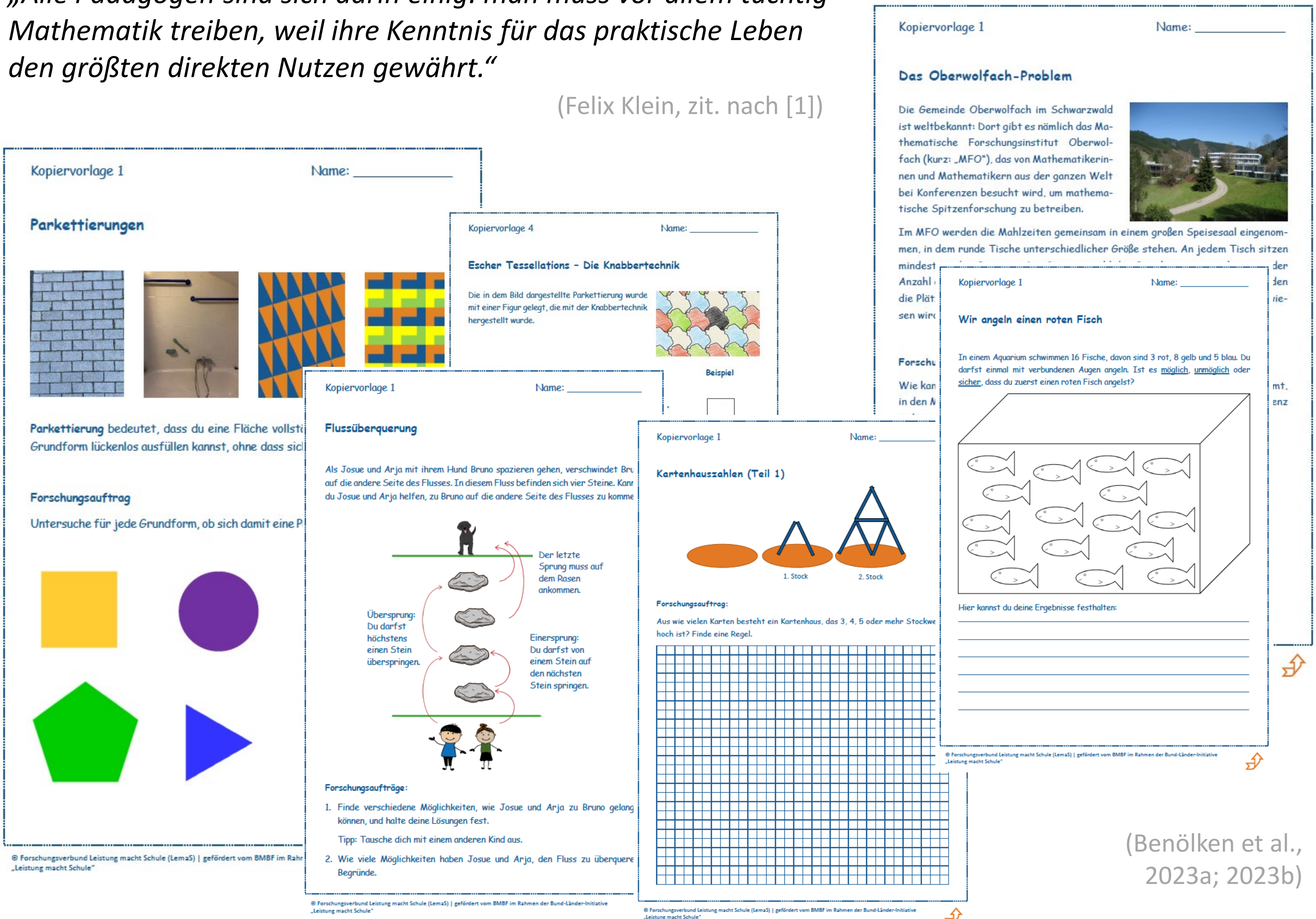


Typ III – Ellas Lösung



„Alle Pädagogen sind sich darin einig: man muss vor allem tüchtig Mathematik treiben, weil ihre Kenntnis für das praktische Leben den größten direkten Nutzen gewährt.“

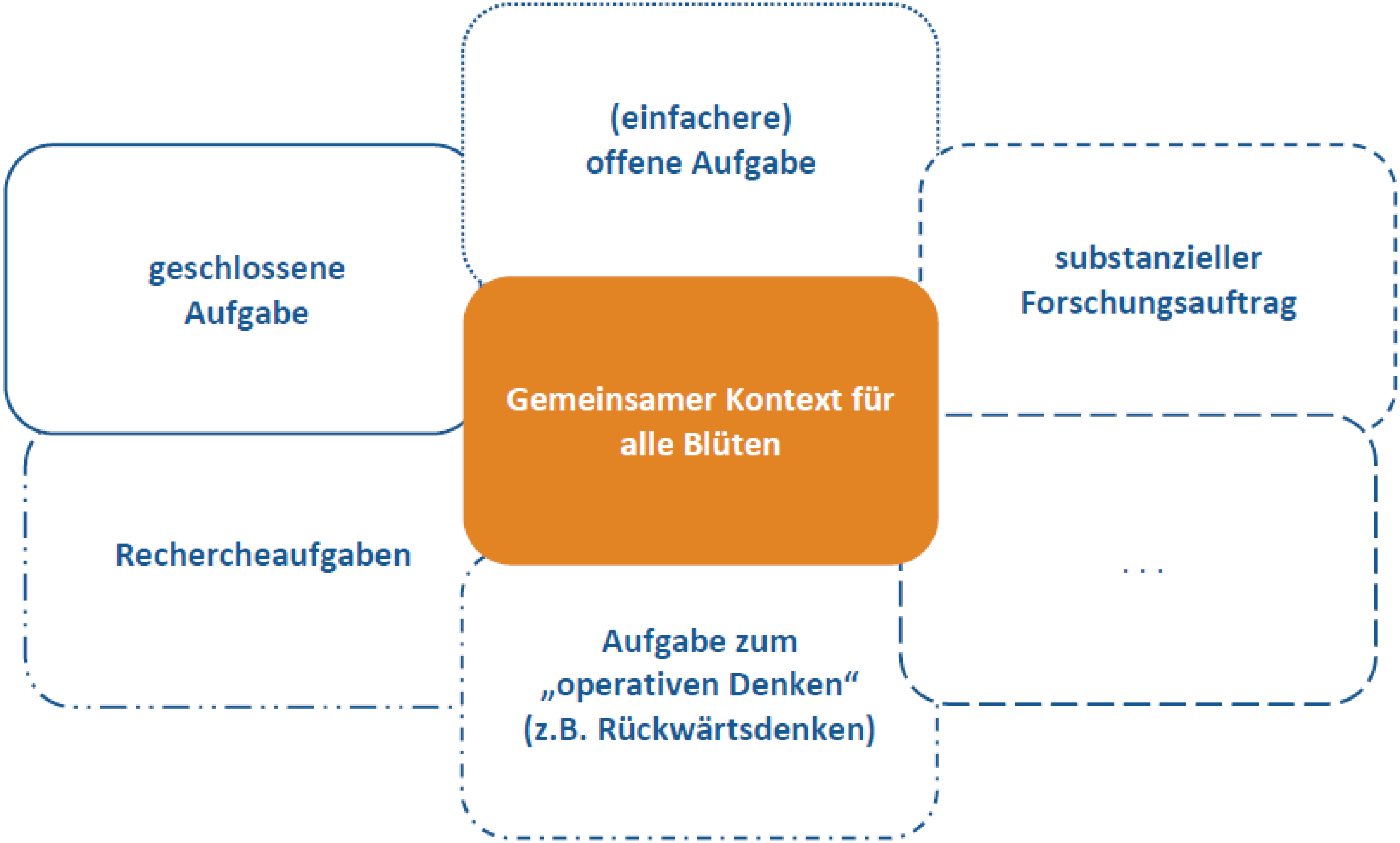
(Felix Klein, zit. nach [1])



(Benölken et al., 2023a; 2023b)

2.3 Blütenaufgaben

(z.B. Weber & Benölken, 2023)

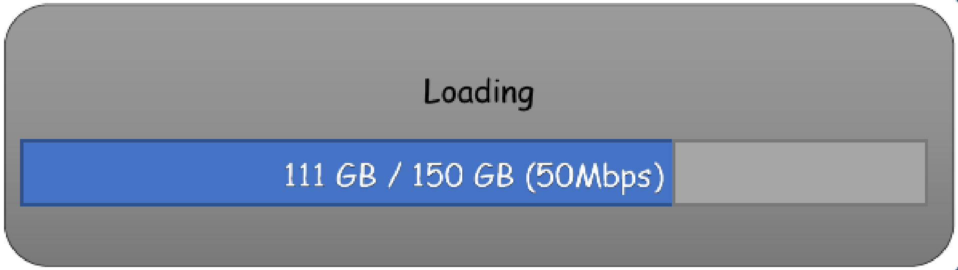


Beispiel 1: „Ladebalken“

Wie viel Datenvolumen braucht man für aktuelle Anwendungen im Internet? Recherchiere.

12 % des Downloads waren schon geladen. Wie viel GB nimmt der Download bereits auf der Festplatte damit ein?

Wie lange würde der Download noch dauern, wenn die Internetgeschwindigkeit wie im ISDN-Zeitalter auf 160 Kbps gedrosselt wäre?



Wie viel Prozent des Downloads wurden schon geladen?

Nach 90 % des Downloads bricht die WLan-Verbindung ab. Lars hat bei seinem Mobilfunkanbieter ein Datenvolumen von 10 GB (50 Mbps), wobei nach Verbrauch des Volumens seine mobile Downloadgeschwindigkeit vorübergehend auf 1 Mbps gedrosselt wird. In einer halben Stunde sollte das WLan aber wieder funktionieren. Lars will schnellstmöglich das Spiel, das er herunterlädt, spielen. Was soll er tun? Begründe.

Was wurde hier gerechnet?

Dauer (min)		Download
25	$\longrightarrow$	50%
0,5	$\longrightarrow$	1%
3,5	$\longrightarrow$	7%

:50   :50   ·7   ·7

Anwendungssuche | Forschungsauftrag | Rückwärtsdenken

Begründungsaufgabe | Routineaufgabe | Rechercheauftrag

Beispiel 2: Teilbarkeit mit Quersummen

Hier sind Quersummen von Zahlen dargestellt. Welche Zahlen können es sein?

(a) 15 (b) 24 (c) 147 (d) 1236.

Für die Teilbarkeit durch 3 gilt diese Regel: Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn die Quersumme der Zahl durch 3 teilbar ist.

(a) Welche der Zahlen 23, 144 und 4821 sind durch 3 teilbar?

(b) Begründe die Regel.

Mio sagt: „Ich kenne eine Regel für die Teilbarkeit durch 9: Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn die Quersumme der Zahl durch 9 teilbar ist. Daraus lassen sich spannende Zaubertricks mit Zahlen entwickeln!“ Entwickle einen solchen Zaubertrick und probiere ihn gemeinsam mit anderen Kindern aus!

Die Quersumme einer Zahl erhältst du, indem du die Ziffern der Zahl addierst. Die Quersumme der Zahl 137 ist zum Beispiel 1 + 3 + 7 = 11.

Mit Quersummen kann man sich überlegen, wann eine Zahl durch 3 oder durch 9 geteilt wird.

Recherchiere nach Teilbarkeitsregeln, z.B. im Internet oder in der Bibliothek deiner Schule. Findest du noch weitere Regeln, um anhand der Quersumme einer Zahl zu entscheiden, ob sie durch eine bestimmte andere Zahl teilbar ist?

Gib eine Regel für die Teilbarkeit durch 11 an. Begründe.

Berechne die Quersumme der Zahlen.

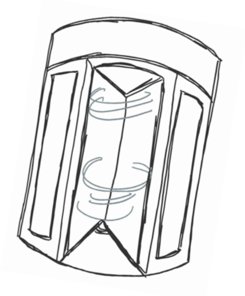
(a) 16 (b) 57 (c) 162 (d) 1234

Rückwärtsdenkenaufgabe | Forschungsauftrag | Routineaufgabe

Anwendungssuche | Begründungsaufgabe | Rechercheauftrag

2.4 Weitere Anregungen für Formate der Begabten- und Begabungs- bzw. Potenzialförderung

(Benölken et al., 2023b/c)



- Ressourcenzimmer/Knobelecken oder Vorhalten einer Knobelkartei
- Drehtürmodelle (als Akzelerations- oder Enrichmentmaßnahme)
- Mathematische Stadt- oder Schulhofrundgänge bzw. -rallyes
- Mathematische Exkursionen und Expeditionen
- Aufgaben mit erhöhtem Komplexitätsgrad bei regulärem Unterrichtsstoff (z.B. Annäherung an fachlich-abstrakte Argumentationen, präzisiertes Begriffsbilden und Begründen bzw. Beweisen, lokales Theoriebilden, anspruchsvolleres Modellieren)

- Herstellen mathematischer Produkte (z.B. Sammelmappen bzw. Forschungshefte, eigene Projekthandreichungen, selbstständig erstellte mathematische Exponate, Facharbeiten, …)
- mathematische Lektüre (alternativ elektronische Unterhaltungs-medien zu Biographien und zum Werk berühmter Mathematiker*innen)
- Expert*innenvorträge, Referate, Posterpräsentationen oder Wandzeitungen
- Tätigkeit als Juniortutor*innen, als Teil von Lerntandems oder ggf. als Lehrassistenz
- Anfertigung selbst erstellter Lernvideos oder Podcasts
- Mathematikwettbewerbe

Das erwartet Sie heute …

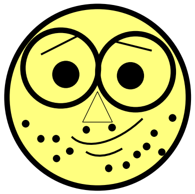
1. LemaS – Grundlegende Einordnungen

2. Beispiele für Förderformate

    2.1 Zugänge zur Individualisierung und Potenzialorientierung
    2.2 Offene, substanzielle Problemfelder
    2.3 Blütenaufgaben
    2.4 Weitere Anregungen

3. Zusammenschau und Ausblick

Formate der Begabtenförderung haben ein großes Potenzial für eine allgemeine Begabungs- und Potenzialförderung – wichtig ist, allen Lernenden etwas zuzutrauen, so dass die Vielfalt unterschiedlicher Interessen, Ideen, … zu einer Bereicherung für alle werden kann!



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

R. [illegible]

Literatur

Auhagen, W. (2022). Katalysatorwirkungen einer Drehtürmodellförderung auf die Entfaltung mathematischer Begabungen und Potenziale – Theoretische und empirische Studien. Dissertation, Bergische Universität Wuppertal.

Auhagen, W. & Benölken, R. (2022). Substanziell anspruchsvolle und offene mathematische Problemfelder als Baustein von Begabten- und Begabungsförderung. Ein produktives Format für gemeinsame Entwicklungen von Schulpraxis und Wissenschaft. In G. Weigand, C. Fischer, F. Käpnick, C. Perleth, F. Preckel, M. Vock & H.-W. Wollersheim (Hrsg.), Dimensionen der Begabungs- und Begabtenförderung in der Schule (Leistung macht Schule, Bd. 2; S. 265–278). Bielefeld: wbv.

Benölken, R., Käpnick, F., Auhagen, W. & Weber, D. (2023a). Potenzialfördernde Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Klassenstufen 1 bis 4. Wuppertal und Münster: Forschungsverbund LemaS.

Benölken, R., Käpnick, F., Auhagen, W. & Weber, D. (2023b). Potenzialfördernde Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Klassenstufen 5 bis 10. Wuppertal und Münster: Forschungsverbund LemaS.

Benölken, R., Käpnick, F., Auhagen, W. & Weber, D. (Hrsg., 2023c). Adaptive Förderkonzepte für den Mathematikunter-richt der Klassen 1 bis 10. Schulbeispiele. Wuppertal und Münster: Forschungsverbund „Leistung macht Schule“.

Benölken, R., Veber, M. & Berlinger, N. (2018). Gestaltung fachlich fundierter Lehr-Lern-Settings für alle ohne Ausschluss – Grundlegende Verortungen. In R. Benölken, N. Berlinger & M. Veber (Hrsg.), Alle zusammen! Offene, substanzielle Problemfelder als Gestaltungsbaustein für inklusiven Mathematikunterricht (S. 1–15). Münster: WTM.

Fuchs, M. & Käpnick, F. (2009). Mathe für kleine Asse. Empfehlungen zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Kinder im 3. und 4. Schuljahr (Bd. 2). Berlin: Cornelsen.

Weber, D. & Benölken, R. (2023). Blütenaufgaben – Grundlegende Einordnungen. In R. Benölken, F. Käpnick, W. Auhagen, & D. Weber (Hrsg.). Potenzialfördernde Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Klassenstufen 1 bis 4 (S. 98–101). Wuppertal und Münster: Forschungsverbund LemaS.

Internetquelle

[1] http://gutezitate.com/zitat/208463